III. Preuve du théorème

La preuve du théorème est essentiellement "locale en p". Elle consiste en partie en la construction et l'étude des propriétés élémentaires de certaines repr localement analytiques d'un sous-groupe d'Iwahori de $Gl_n(\mathbb{Q}_p)$

(A) Série principale localement analytique d'un Iwahori de $Gl_n(\mathbb{Q}_p)$

1. Notations $I \subset Gl_n(\mathbb{Z}_p)$ Iwahori des éléments triangulaires inférieurs mod

$$U = \{(p^{a_1}, \dots, p^{a_n}),\ a_i \in \mathbb{Z}\} \supset \underset{a_1 \geq \dots \geq a_n}{U^-} \supset \underset{a_1 > \dots > a_n}{U^{--}}$$

$M = \langle I, U^- \rangle \subset Gl_n(\mathbb{Q}_p)$ sous monoïde engendré.

c'est un fait classique que $M = \coprod_{u \in U^-} IuI$ et $IuIu'I = Iuu'I$, $\forall u, u'$ (conséquence simple déc. Iwahori)

II. Exemple $(n=2$, Morita, étudié par Stevens, Buzzard, Schneider-Teitelbaum ...$)$

- Soit $L/\mathbb{Q}_p$ ext. finie, $\mathcal{C} = \mathcal{C}ont(\mathbb{Z}_p, L)$

$\forall m \geq 0$, soit $\mathcal{C}_m = \{ f \in \mathcal{C} \mid \forall x \in \mathbb{Z}_p \quad f_{|x+p^m\mathbb{Z}_p}(t) \in L\langle \frac{t-x}{p^m} \rangle \}$

"espace des fonctions m-analytiques, Banach pour norme de Gauss $\sup_{x \in \mathbb{Z}_p} |f_{|x+p^m\mathbb{Z}_p}|$

On a $\mathcal{C}_m \hookrightarrow \mathcal{C}_{m+1}$ compacte im dense, $\mathcal{C}^+ = \bigcup_{m \geq 0} \mathcal{C}_m$ fonctions loc analytiques $\mathbb{Z}_p \to L$.

- L'endomorphisme $u : \mathcal{C}^+ \to \mathcal{C}^+$, $f(t) \mapsto f(pt)$, préserve chaque $\mathcal{C}_m$ et "améliore la convergence" : $u : \mathcal{C}_m \to \mathcal{C}_m \Rightarrow u$ compact. (car $\cup$) $\mathcal{C}_{m-1}$

ex sur $\mathcal{C}_0$ $u \curvearrowright (1, p, p^2, \dots)$ dans la base naturelle $1, t, t^2, \dots$

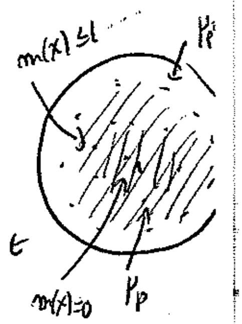
- Soit $\chi : \mathbb{Z}_p^\times \to L^\times$ un caractère continu, on définit une rep. de I par

$$\mathcal{C}_{\chi,m} = \begin{cases} \mathcal{C}_m \text{ comme Banach}/L. \\ \gamma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in I, \quad \gamma \cdot f(t) = \chi(bt+d)\, f\left(\frac{at+c}{bt+d}\right) \end{cases}$$

$\in \mathbb{Z}_p$ car $p \mid b$

c'est bien défini si $m \geq m(\chi) =$ le plus petit entier m / $v(\chi(1+p)-1) > \frac{1}{(p-1)p^m}$ (dès $p \neq 2$)

$=$ ——————— / $t \mapsto \chi(pt+1) \in \mathcal{C}_m^{an}$



Dessin ("tous les caractères continus sont loc. analytiques")

$$\mathrm{Hom}(\mathbb{Z}_p^\times, \mathbb{Q}_p^\times) \xrightarrow{\sim} B(1,1)^- \times \hat{\mu}$$

$$k \longmapsto (k(1+p), k|\mu)$$

$$\mathbb{Z}_p^\times = \mu \times (1+p)^{\mathbb{Z}_p}$$

- $\mathcal{C}_{\chi,m}$ se prolonge à M / $(p,1) \mapsto u$, $(p,p) \mapsto id$ (indep. de χ)

- si $\chi = (x \mapsto x^k)$, $k \geq 0 \in \mathbb{N}$, $\mathcal{C}_{\chi,0} \supset \underbrace{\mathrm{Pol}\, d^\circ \leq k \text{ ent}}_{\text{sous } I\text{-rep}} \simeq (\mathrm{Sym}^k \mathbb{Q}_p^2)^*$

III. Cas général

- $B \subset Gl_n(\mathbb{Q}_p)$ Borel supérieur, N son radical unipotent, T tore diagonal
B^-, N^- les opposés, $*(\mathbb{Z}_p)$ - points de $*$ sens évident,

$$N^-(\mathbb{Z}_p) \xrightarrow{\sim} \mathbb{Z}_p^{\frac{n(n-1)}{2}}, \quad \underset{(n_{ij})}{\underset{\parallel}{n}} \cdot \underset{(p^{a_1} \dots p^{a_n})}{\underset{\parallel}{u}} = u \; \underset{\begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ p^{a_j - a_i} n_{ij} & & 1 \end{pmatrix}}{\underset{\parallel}{u^{-1} n u}}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ n_{ij} & & 1 \end{pmatrix} \longmapsto (n_{ij})$$

On a $Gl_n(\mathbb{Q}_p) = \coprod_{w \in \mathfrak{S}_n} BwI$, décomp. en ouverts I-stables, la grosse cellule de Bruhat-Iwahori $BI \simeq B \times N^-(\mathbb{Z}_p)$ est M-stable / transl. à dtes.

Quand $n=2$, $\underset{B\backslash BI}{N^-(\mathbb{Z}_p)} \simeq \mathbb{Z}_p$ et on retrouve l'action précédente de M par homographies

- Def Soit $\delta : T \to \mathbb{Q}_p^\times$ $\delta(x_1, \dots, x_n) = x_2^{-1} x_3^{-2} \cdots x_n^{1-n}$ "module algébrique" de B

- Soit $\chi : T(\mathbb{Z}_p) \to L^\times$ un caractère continu. On étend $\chi\delta_{|T(\mathbb{Z}_p)}$ à B trivialement sur UN et on regarde

$$\mathcal{C}_{\chi,m} = \left\{ f : BI \to L \;\middle|\; \begin{array}{l} f(bx) = (\chi\delta)(b) f(x) \quad \forall b \in B, x \in BI \\ \text{et } f_{|x + p^m \mathbb{Z}_p^{\frac{n(n-1)}{2}}} \text{ analytique } \forall x \in N^-(\mathbb{Z}_p) \end{array} \right\} \circlearrowleft M \text{ translation à droites}$$

c'est bien défini si $m \geq m(\chi)$ (toutes les n composantes $(\chi_1, \dots, \chi_n) = \chi$ de χ sont m-analytiques, $m(\chi) = \sup_{i=1}^{n} m(\chi_i)$)

C'est un L-Banach p-adique pour la norme de Gauss. M agit par endom. de norme ≤ 1. $\mathcal{C}_{m,\chi}$ indépendant de χ (tel que $m(\chi) \leq m$) en tant qu'espace, et même en tant que $L[U^-]$-module, U^- compact en améliorant la convergence. L'action de I varie analytiquement en χ au sens suivant.

IV. Variation analytique ($= \mathrm{Hom}(T(\mathbb{Z}_p), \mathbb{G}_m^{rig})$)

Soit $\Omega \subset \mathcal{W}$ ouvert affinoïde, $\chi : T(\mathbb{Z}_p) \longrightarrow \mathcal{O}(\Omega)^\times$ caractère continu universel et $m(\Omega)$ le plus petit entier m / $\Omega \subset \left(\hat{\mu} \times B(1, p^{-\frac{1}{(p-1)p^m}})^-\right)^n$.

on pose $\mathcal{C}_{\Omega,m} = \left\{ \begin{array}{l} f : BI \longrightarrow \mathcal{O}(\Omega) \\ f(bx) = (\delta\chi)(b)\, f(x) \end{array} ,\ f_{|x + p^m N(\mathbb{Z}_p)} \in \mathcal{O}(\Omega)\left\langle \frac{n - x_i}{p^m} \right\rangle \right.$

$M \circlearrowright$ translation à [illegible]

($\delta\chi = \delta_{|T(\mathbb{Z}_p)}\chi$ étendu à B trivialement à UN)

- $\mathcal{O}(\Omega)$ - module de Banach avec sa norme de Gauss constant, i.e. $\simeq \mathcal{C}_{1,m} \hat{\otimes} \mathcal{O}(\Omega)$, avec action de U^-.
- $x \in \mathcal{W}(L)$, $\mathcal{C}_{\Omega,m} \hat{\otimes}_{\mathcal{O}(\Omega)} L = \mathcal{C}_{x,m}$ si $x \in \Omega(L)$. $\circlearrowleft M$.

Nota : J'avais introduit ces rep. pour $m = 0$ dans ma thèse, et j'en ai donné des modèles en termes du plongement de Plücker $B \backslash \mathrm{Gl}_n(\mathbb{Q}_p) \longrightarrow \prod \mathbb{P}^{n_i}$. Elles ont été aussi étudiées par Ash-Stevens. Elles s'insèrent maintenant naturellement dans le cadre de Shneider-Teitelbaum (dont cette présentation a bénéficié)

V. Points algébriques

- Soit $\underline{k} = (k_1 < \dots < k_n) \in \mathbb{Z}^{n,+}$, on associe à $\underline{k}$ $\chi_{\underline{k}} : T \longrightarrow \mathbb{Q}_p^\times$, $(x_1, \dots, x_n) \longmapsto x_1^{k_1} \cdots x_n^{k_n}$

on peut voir $\underline{k} \in \mathcal{W}(\mathbb{Q}_p)$ via $\chi_{\underline{k}|T(\mathbb{Z}_p)}$

- $W_{\underline{k}}$ ← rep. alg. $\mathrm{Gl}_n(\mathbb{Q}_p)$ plus haut poids $/B$ $(\chi_{\underline{k}}\delta)^{-1}$ $\rightsquigarrow$ $W_{\underline{k}}^* \xrightarrow[B.W.B]{\sim} \left\{ \begin{array}{l} f : \mathrm{Gl}_n(\mathbb{Q}_p) \longrightarrow \mathbb{Q}_p \text{ algébriques} \\ f(bg) = (\chi_{\underline{k}}\delta)(b) f(g) \quad \forall b \in B \end{array} \right\}$

<u>Lemme</u> La restriction à BI induit une injection

$$W_{\underline{k}}^{*} \otimes (\chi_{\underline{k}}\delta)^{-1} \overset{M}{\longleftrightarrow} \mathcal{C}_{\underline{k},0}$$

(↖ caractère de U^- étendu à M par $I \to 1$).

On aura besoin de retrouver $W_{\underline{k}}^{*}$ dans $\mathcal{C}_{\underline{k},0}$. Il y a un critère approximatif "critère de classicité". Si $\lambda : U^- \to \mathbb{Q}_p^{\times}$ caractère, on dira $\lambda < \underline{k}$ si

$$v(\lambda(\underbrace{p, \dots, p}_{i}, 1, \dots, 1)) < k_{i+1} - k_i \quad \forall i \in \{1 \dots n-1\}$$

<u>Lemme</u> i) Soit $v \neq 0 \in \mathcal{C}_{\underline{k},0}$, $u.v = \lambda(u)\, v$, $\lambda : U^- \to \mathbb{Q}_p^{\times}$. Si $\lambda < \underline{k} \implies v \in W_{\underline{k}}^{*}$

ii) (Owen Jones) Mieux, il existe une suite exacte de M-modules

$$0 \to W_{\underline{k}} \otimes (\chi_{\underline{k}}\delta)^{-1} \longrightarrow \mathcal{C}_{\underline{k},0} \longrightarrow \prod_{i=1}^{n-1} \mathcal{C}_{s_i(\underline{k}),0} \otimes \left(\frac{\chi_{\underline{k}}^{s_i}}{\chi_{\underline{k}}}\right)$$

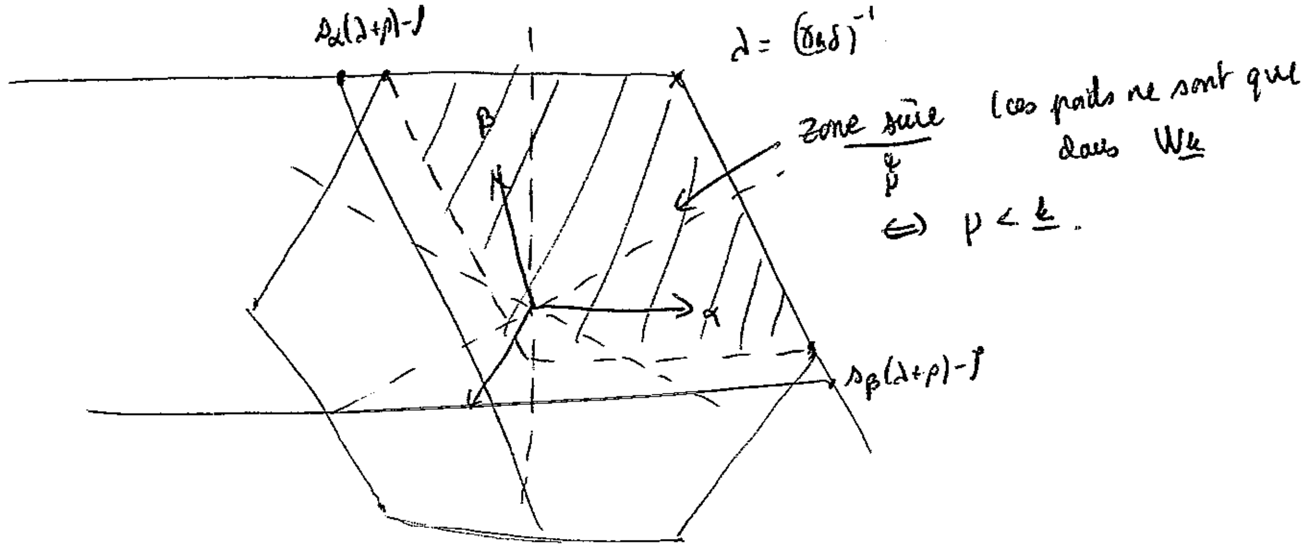
où $s_i = (i, i+1)$.

<u>Ex:</u> $(n=2)$, $\mathcal{C}_{\underline{k},0} = \mathbb{Q}_p\langle t\rangle \supset W_{\underline{k}}^{*} \otimes (\chi_{\underline{k}}\delta)^{-1} = \mathrm{Sym}^{k_1}(\mathbb{Q}_p^2)$ i) évident,
$u = (p, 1) \curvearrowright (1, p, p^m \dots)$ ii) l'application $\theta = \frac{\partial^k}{\partial t^k}$.

En général, on peut montrer (i) et une variante de (ii) en utilisant le plongement de Plücker (c'est ce que je fais dans mon article et c'est suffisant pour le théorème). Cependant, l'énoncé (ii) nous sera utile plus loin.

<u>Idée de (i), (ii)</u> $\mathcal{C}_{\underline{k},0} \xrightarrow{\text{germe en } 1} \mathrm{Hom}_{U(b)}(U(g), d\chi_{\underline{k}}\delta) = \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}_p}(\underbrace{U(g) \otimes_{U(b)} -d\chi_{\underline{k}}\delta}_{\downarrow\, W_{\underline{k}}}, \mathbb{Q}_p)$

$n=3$



(B). Raffinements et algèbre de Hecke–Iwahori

Soit π une rep. irréductible lisse$/_{\mathbb{C}}$ de $Gl_n(\mathbb{Q}_p)$ non ramifiée (ou plus généralement telle que $\pi^I \neq 0$) $\pi \rightsquigarrow$ classe $L(\pi) \in Gl_n(\mathbb{C})$ de conj. ss.

Un raffinement de π est un ordre $R = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ de $L(\pi)$

À $R \rightsquigarrow \chi_R : T \longrightarrow \mathbb{C}^\times$ $\begin{pmatrix} \varphi_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \varphi_n \end{pmatrix}$

<u>Définition</u> : R est dit accessible si $\pi \hookrightarrow \mathrm{Ind}_B^G \, \delta_B^{1/2} \chi_R$

(c'est toujours un sous-quotient, on retrouve bien ce qui était avancé ds le cours précédent.)

<u>Soit</u> $H_{Iw} = \mathbb{Z}[\frac{1}{p}] \, [I \backslash Gl_n(\mathbb{Q}_p) / I]$ algèbre de Hecke Iwahori $(\mu(I) = 1)$

<u>Fait</u>. $U^- \longrightarrow H_{Iw}$, $u \longmapsto [IuI]$ est un morp. mult. à valeurs inversibles.

$\rightsquigarrow$ <u>induit</u> $U \longrightarrow H_{Iw}^\times$

Soit π lisse irréductible quelconque de $Gl_n(\mathbb{Q}_p)$

<u>Lemme</u> (Borel-Casselman) $\underset{U}{\pi^I \otimes \delta_B^{1/2}} \xrightarrow{\sim} (\pi_N)^{T(\mathbb{Z}_p)} \otimes \delta_B^{-1/2}$

<u>Corollaire</u> $R \longmapsto \chi_R \delta_B^{-1/2}$ induit une bijection entre raffinements accessibles de π et caractères de U sur π^I.

(R accessible $\underset{\text{Récip. Frobenius}}{\Leftrightarrow}$ χ_R quotient de π_N $\Leftrightarrow$ $\chi_R \delta_B^{-1/2} \subset \pi^I$)

Nous pouvons maintenant passer à la preuve du théorème. Rappelons les notations :

- $G_{/\mathbb{Q}}$ groupe unitaire défini à $n \geq 1$ variables attaché à $E/\mathbb{Q}$
- $p = v\bar{v}$ déc. ds E tel que $G(\mathbb{Q}_p) \xrightarrow[v]{\sim} GL_n(\mathbb{Q}_p)$
- $S \ni p$ ens. fini de premiers, $K = \underset{\substack{\parallel \\ I}}{K_p} \times K_{S-p} \times K^S \subset G(\mathbb{A}_f)$, K^S max. hyperspécial

de plus H^S = algèbre de Hecke sphérique $/K^S$ sur $\mathbb{Z}$

- $\bar{\mathbb{Q}} \nearrow \mathbb{C}$, $\bar{\mathbb{Q}} \searrow \bar{\mathbb{Q}}_p$ (v fixe aussi $G(\mathbb{C}) \xrightarrow{\sim} GL_n(\mathbb{C})$)

© Formes automorphes classiques, p-adiques et en familles

Il sera commode d'introduire le foncteur

$$F : \mathbb{Q}_p[M]\text{-module} \longrightarrow H^S[U]\text{-module}$$

$$V \longmapsto F(V) = \{ f : G(\mathbb{Q}) \backslash G(\mathbb{A}_f) \longrightarrow V \ ; \ \forall k \in K,\ f(xk) = k_p^{-1} f(x) \} \xrightarrow[\mathbb{Q}_p]{\sim} \prod_{i=1}^{h} V^{\Gamma_i}$$

$$f \longmapsto (f(x_i))_i$$

$G(\mathbb{A}_f) = \coprod_{i=1}^{h} G(\mathbb{Q}) x_i K$

$\Gamma_i = G(\mathbb{Q}) \cap x_i K x_i^{-1}$ fini

F a de très bonnes propriétés, notamment

i) il est exact,

ii) Si V est normé par $|\cdot|$, et I agit par isom., $F(V)$ hérite d'une norme par $|f| = \sup_x |f(x)| = \sup_{i=1}^{h} |f(x_i)|$

Lemme. $F(W_{\underline{k}}^*)$ est un modèle sur $\mathbb{Q}_p$ de $S_{\underline{k}}(K)$, (via $\bar{\mathbb{Q}} \nearrow \mathbb{C}$, $\bar{\mathbb{Q}} \searrow \bar{\mathbb{Q}}_p$). On le notera encore $S_{\underline{k}}(K)$.

(exercice, analogue à la manière d'associer un caractère de Hecke $\bar{\mathbb{Q}}_p$-valué à un caractère algébrique $/\mathbb{C}$ (Weil) "On n'a encore rien défini de purement p-adique ici")

Définition - Si $\chi \in W(L)$, $m \geq m(\chi)$, $S_{\chi,m}(K) := F(\mathcal{C}_{\chi,m})$ est le L-espace de Banach des formes automorphes p-adiques de G de niveau K, poids χ, m-surconvergentes. ($\circlearrowleft H^S[U]$ norme ≤ 1)

- Si $\Omega \subset W$, $m \geq m(\Omega)$, $S_{\Omega,m}(K) = F(\mathcal{C}_{\Omega,m})$ espace ($\mathcal{O}(\Omega)$-module de Banach) des familles de formes aut. p-adiques niveau K, poids dans Ω, m-surc.

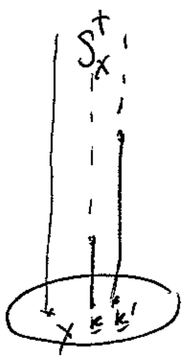
- On posera $S_x^\dagger = \bigcup_{m \geq 0} S_{x,m}$

Le lemme suivant découle immédiatement du (A) et de la description ci-dessus de F.

<u>Lemme</u> i) Si $k \in \mathbb{Z}^{m,+}$, $\overset{\text{" formes classiques"}}{S_{\underline{k}}(K)} \otimes (\chi_{k\delta})^{-1} \subset S_{\underline{k},0}(K)$. De plus si $v \in S^\dagger_{\underline{k},0}(K)$, $uv = \lambda(u)v$, $\lambda : U^- \to \mathbb{Q}_p^\times$, alors $\lambda < \underline{k} \Rightarrow$ <u>$v \in S_k(K)$</u>.

ii) Si $\Omega \subset W$, $m \geq m(\Omega)$, $S_{\Omega,m}(K)$ facteur direct d'un $\mathcal{O}(\Omega)$-Banach constant, $H^S[U] \circlearrowleft$ normes ≤ 1, $U^{--} \circlearrowleft$ endom. compacts (non constants !) en améliorant la convergence. Si $x \in \Omega(L)$, $S_{\Omega,m}(K) \hat{\otimes}_{\mathcal{O}(\Omega)} L \overset{H^S[U]}{=} S_{x,m}(K)$

La situation est très semblable à la théorie usuelle pour GL_2.



$S^\dagger(K)$ faisceau de $\mathcal{O}_W$-modules ess. constant, l'action de $H^S[U]$ elle est analytique. On va découper des familles de vecteurs propres via la théorie spectrale (due à Coleman) des opérateurs compacts $\circlearrowleft$ modules de Banach.

En fait, un opérateur suffira : $U_p := (p^{n-1}, p^{n-2}, \dots, p, 1) \in U^- \subset H^S[U]$

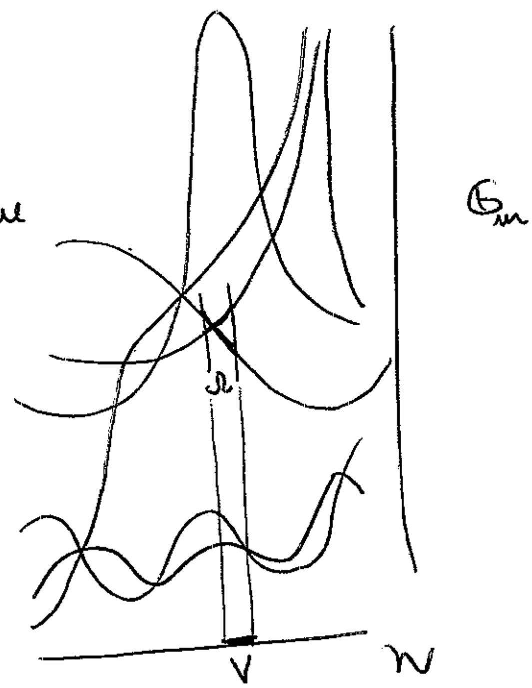
<u>Lemme</u> il existe une unique série $f(w,T) \in 1 + T\,\mathcal{O}(W)\{\{T\}\}$ (i.e. converge sur <u>tout</u> $W \times \mathbb{A}^1$) telle que $\forall x \in W(L)$ et $m \geq m(x)$

$$f(x,T) = \det(1 - TU_p \mid S_{x,m}(K))$$ (indep. de $m \geq m(x)$)

<u>Preuve</u> : Par la théorie de Coleman, $\forall \Omega$, $m \geq m(\Omega)$, $\det(1 - TU_p \mid S_{\Omega,m}(K)) \in 1 + T\mathcal{O}(\Omega)\{\{T\}\}$ a un sens et ils se recollent quand m et Ω varient.

(D) Factorisation de la série de Fredholm f et construction de la variété de Hecke X

Regardons le lieu des zéros de f $\quad Y \subset W \times \mathbb{G}_m$



En général, $d^\circ\, pr_1 : Y \to W$ est infini. On conjecture nb fini de comp. irréductibles seulement. Ce fouillis est une bonne approximation de X!

Considérons les ouverts affinoïdes Ω de Y tels que
$V := pr_1(\Omega)$ ouvert aff. de W et
Ω est un ouvert fermé de $pr_1^{-1}(V)$
(auquel cas $\Omega \to V$ fini et plat)

__Lemme__ (Coleman, Buzzard) Ces Ω recouvrent admissiblement Y (vrai $\forall f \in 1+T\mathcal{O}(W)\{\{T\}\}$)

__Associé à un tel Ω__

i– $f(w,T)|_{V\times\mathbb{A}^1} = A(T)\,B(T)$ où $A(T) \in 1+T\mathcal{O}(V)[T]$ dont les zéros sont Ω dans $V\times\mathbb{A}^1$

("factorise f sur $V\times\mathbb{A}^1$") et $(A(T),B(T))=1$ dans $1+T\mathcal{O}(V)\{\{T\}\}$

ii– $S_V^\dagger(K) = P \oplus Q$ ss $\mathcal{O}(V)$-modules $H^S[U]$ stables

avec $\begin{cases} P \text{ loc. libre}_{/\mathcal{O}(V)} \text{ rg } d^\circ A \\ U_p \text{ inversible sur } P \end{cases}$ et $\det(1-TU_p|_P) = A(T)$.

On regarde alors l'image de $H^S[U]\otimes\mathcal{O}(V)$ dans $\mathrm{End}_{\mathcal{O}(V)}(P)$, notons $X(\Omega)$ le spectre affinoïde réduit associé (en fait il est déjà réduit).

Par construction, on a le

Lemme: i) Les $X(\Omega)$ se recollent en un espace analytique $/\mathbb{Q}_p$ X (et ils en forment un rec admissible). Par construction, X est réduit, équidim dim $W = n$ (car les P loc libres$/\mathcal{O}(V)$), et on a un morphisme

$$X \longrightarrow Y \quad \text{fini} \quad (X(\Omega) \to \Omega)$$

aussi que $k: X \longrightarrow W$ localement fini (au sens du Hom.) après composition par pr.

ii) On a un morphisme d'anneaux $\psi: H^S[U^-] \longrightarrow \mathcal{O}(X)^{\leq 1}$ canonique et $\psi(U_p) \in \mathcal{O}(X)^*$. En particulier, ψ s'étend à $H^S[U]$ et si on pose

$F_i := \psi((1,1,\ldots,1,p,1,\ldots,1))$, alors $(k,(F_i)): X \longrightarrow W \times \mathbb{G}_m^n$

est <u>fini</u>. Enfin, la condition (iii) $i^{\text{ème}}$ du théorème est satisfaite par constr.

(E) Interprétation des points et définition de Z

Encore par construction

Lemme: L'application naturelle $X(\overline{\mathbb{Q}}_p) \longrightarrow \mathrm{Hom}_{am}(H^S[U^-], \overline{\mathbb{Q}}_p) \times W(\overline{\mathbb{Q}}_p)$

$$x \longmapsto (\psi_x, k(x))$$

est injective, son image est l'ens. des paires (ψ, k) / $\exists f \neq 0 \in S_k^+(K)$ telle que $h\cdot f = \psi(h)\cdot f$ $\forall h \in H^S[U^-]$ <u>et</u> $\psi(U^-) \subset \overline{\mathbb{Q}}_p^{\times}$. ("$f$ de pente finie")

En général $x \leftrightarrow \{f_x\}$ ens. fini de formes propres avec ces propriétés.

- On définit Z comme étant les x / $\exists f_x$ classique non ramifiée en p. (<u>NB:</u> elles apparaissent toutes car la cond. pente finie automatique). D'après le (B), l'action de U^- sur f_x définit un unique raffinement <u>accessible</u> de $\pi_p(f_x)|\,|^{\frac{1-n}{2}}$ qui est
$$\left(F_1(x)p^{k_1(x)}, \ldots, F_n(x)p^{k_n(x)}\right) \text{ où } k(x) = (k_1(x) < \cdots < k_n(x)) \in \mathbb{Z}^{n,+}$$

L'assertion de classicité est satisfaite par le (C).

(F) très Zariski-densité de Z

En 2 étapes

i) Si T est une composante irréductible de X, alors T contient un x / $k(x) \in \mathbb{Z}^{n,t}$.

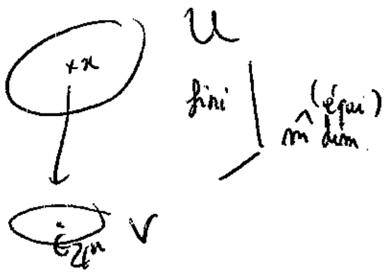
En effet, il suffit de montrer que $k(T)$ ouvert Zariski de W (car $\mathbb{Z}^{n,t}$ Z-dense dans W)

Mais $k(T) = Pr_1(T')$ où $T' \subset Y$ comp. irréductible

$$T' = \mathcal{Z}(f') \subset \mathcal{Z}(f) = Y \qquad f' \in 1 + T\mathcal{O}(W)\{\{T\}\} \mid f$$

Mégalors c'est clair car une série entière $\in \mathbb{C}_p\{\{T\}\}$ sans zéro est constante.

ii) Soit $x \in X$ / $k(x) \in \mathbb{Z}^{n,t}$ et $\mathcal{U}$ un voisinage connexe de x de la forme $X(\Omega)$



Les F_i sont analytiques inversibles sur $\mathcal{U}$ donc

$$|v(F_i(x))| < C \text{ sur } \mathcal{U}$$

Ainsi, $\forall y \in \mathcal{U}$ tel que $|k_{i+1}(y) - k_i(y)| \geq mC$ est dans Z par le critère de classicité

$\Rightarrow$ très Z-densité !